

## АНАЛІЗ ТЕХНІЧНИХ РІШЕНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ КОНФІГУРАЦІЙ ЗЕРНОВИХ СИЛОСІВ

**Овсієнко Ю.**, канд. пед. наук, доц.

<https://orcid.org/0000-0002-4873-9061>, e-mail: [uliia.ovsienko@pdau.edu.ua](mailto:uliia.ovsienko@pdau.edu.ua)

**Рижкова Т.**, здобувач ступеня PhD, старший викладач

<https://orcid.org/0000-0002-2403-6396>, e-mail: [tetiana.ryzhkova@pdau.edu.ua](mailto:tetiana.ryzhkova@pdau.edu.ua)

**Келемеш А.**, канд. тех. наук, доц.

<https://orcid.org/0000-0001-9429-8570>, e-mail: [anton.kelemesh@pdau.edu.ua](mailto:anton.kelemesh@pdau.edu.ua)

**Бурлака О.**, канд. тех. наук, доц.

<https://orcid.org/0000-0002-2296-7234>, e-mail: [oleksii.burlaka@pdau.edu.ua](mailto:oleksii.burlaka@pdau.edu.ua)

**Лазоренко А.**, здобувач ступеня PhD

<https://orcid.org/0009-0002-3586-5656>, e-mail: [andrii.lazorenko@pdau.edu.ua](mailto:andrii.lazorenko@pdau.edu.ua)

Полтавський державний аграрний університет

### Анотація

**Мета роботи** – проведення аналізу поширених геометричних конфігурацій існуючих конструкцій металевих зернових силосів із подальшою розробкою аналітичної моделі конструкції та визначення співвідношення її геометричних параметрів для мінімізації витрат матеріалів за умови сталого корисного об'єму шляхом розв'язування задачі з використанням методів диференціального числення функцій багатьох змінних.

**Методи** – у дослідженні використано комплекс теоретичних і аналітичних методів, спрямованих на обґрунтування оптимальних геометричних параметрів металевих зернових силосів: аналіз і синтез технічної інформації; порівняльний аналіз конструкцій різних виробників; методи диференціального числення функцій багатьох змінних; метод множників Лагранжа; геометричне моделювання елементів силосу; графоаналітичний метод; елементний аналіз матеріаломісткості конструкції; статистичний аналіз практичних даних виробників.

**Результати.** Проведений аналіз засвідчив, що найпоширенішою та технічно доцільною є конструкція силосу з циліндричним корпусом і конічними елементами. На основі аналітичного моделювання отримано співвідношення між висотою та радіусом циліндричної частини, яке мінімізує площу поверхні конструкції та визначається сумою секансів кутів нахилу даху і дна. Моделювання продемонструвало можливість зниження витрат матеріалів на 8-12% порівняно з типовими промисловими конструкціями. Зіставлення з реальними силосами показало близькість їхніх параметрів до оптимальних (відхилення  $\leq 10\%$ ).

**Висновки.** Отримані результати підтверджують, що оптимізовані моделі силосів, відхилення у співвідношенні розмірів яких задовольняють умову  $\leq 10\%$ , існують і представлені на ринку елеваторного обладнання. Однак кількість моделей МЗС, співвідношення розмірів яких перевищують межі відхилення, переважає. Це пов'язано з тим, що виробники нехтують оптимальністю заради інших цілей: універсальність застосування (фіксованість висоти кілець, уніфікованість модулів), функціональні вимоги (наявність високої опори під техніку, швидке розвантаження), ринкові умови (орієнтація на фермерські господарства зі специфічними вимогами). Результати моделювання дадуть змогу знизити витрати конструкційних матеріалів на 8-12% порівняно з реальними конструкціями силосів і можуть бути використані у ході проектування енергоефективних зерносховищ. Практичне значення отриманих результатів полягає у встановленні теоретичного співвідношення, врахування якого у процесі проектування силосів виробниками елеваторного обладнання спрямоване на економію матеріалу та зниження витрат на капіталовкладення. Висновки дослідження можуть бути впроваджені як приклад математичної оптимізації в інженерії у навчальному процесі.



**Ключові слова:** металевий зерновий силос, циліндричний корпус, конусний дах, конусне дно, площа поверхні матеріалу, оптимальне співвідношення висоти і радіусу, диференціальне числення, метод множників Лагранжа.

**Вступ.** Сучасне елеваторне виробництво є однією з ключових ланок агропромислового комплексу, що забезпечує якісне приймання, очищення, сушіння, зберігання і відвантаження зернових культур. Широкий попит серед споживачів продукції елеваторної техніки мають металеві зернові силоси (МЗС), попит на які зростає з кожним роком у всьому світі. Виробники елеваторного обладнання щорічно витрачають значну кількість матеріалу для виготовлення елементів конструкції МЗС, що має, безперечно, значні фінансові вкладення. Одна з проблем, з якою стикається виробник, пов'язана з добором оптимальних геометричних розмірів силосних конструкцій, що своєю чергою впливає на кількість витраченого на їхнє виготовлення матеріалу.

Вирішенню проблем пошуку оптимальних конструкцій, матеріалів і технічних рішень щодо силосів із накопичення та зберігання сипучих матеріалів присвячено праці багатьох закордонних та вітчизняних учених. Окремо окреслюються та досліджуються технологічні аспекти підвищення якості зберігання сипучих матеріалів загалом та аграрної групи зокрема [Muhan et al., 2025].

Питання міцності силосів із використанням алгоритмів розрахунку методу кінцевих елементів розглянуто в [Tănase et al., 2024; Mehretehan, Maleki, 2022]. При цьому аналітично обчислено оптимальні параметри конструкції для збільшення стійкості до вигину при використанні мінімально можливої ваги елементів такої конструкції та досліджено вплив внутрішнього тиску на осьовий згин сталевих силосів.

У науковій праці [Radkevych et al., 2025] щодо практичного впровадження запропоновано аналітику розрахунків вертикального та нормального тиску сипучого матеріалу для прямих похилих стінок бункерних конструкцій. Праця [Taher, 2024] містить міцнісні розрахунки сило-

сів, виготовлених із бетону. Науковцями в публікації [Vynnykov et al., 2025] подано судження, що конструкція металевих ємностей для зберігання зерна – силосів із гофрованими стінками суттєво залежить від діаметру силосу та співвідношення його діаметру до висоти, а також при цьому необхідно враховувати складні геотехнічні умови експлуатації.

Класифікація ємностей для зберігання зерна за умови різного технічного виконання конструкцій стінки, врахування вимог нормативних документів України, що регламентують питання визначення навантажень і зусиль у силосних ємностях, містить праця [Pichugin, Oksenenko, 2022].

Багатовекторність і різноманітність досліджень щодо покращення інженерних рішень для ємностей зі зберігання сипучих матеріалів аграрної групи в тому числі містить економічні аспекти проектування силосних систем для зберігання зерна [Rotter, 2001] та результати дослідження міцнісних характеристик болтових з'єднань, що використовуються для кріплення елементів конструкцій силосів [Elliott et al., 2019].

Вимоги стандартів і нормативно-технічної документації містять загальні рекомендації щодо вибору можливих геометричних розмірів конструкцій, однак достатньо уточненими є норми проектування в ДБН В.2.2-8:2025, ДСТУ-Н Б EN 1991-4:2012 (EN 1991-4:2006, IDT) стосовно розрахунку фундаментів і деформаційних властивостей конструкції силосу [ДонНАБА, 2012; ДП «НДІБВ», 2025]. Ці фактори призводять до розбіжностей серед виробників у виборі форм МЗС і технічних рішень у визначенні їхніх геометричних параметрів, що є причиною появи надлишкових витрат матеріалів для виготовлення силосів. Отже, залишаються невирішеними питання щодо вибору таких геометричних розмірів МЗС, щоб витрати матеріалів на їхнє виготовлення

були мінімальними.

**Метою дослідження** є аналіз поширених геометричних конфігурацій існуючих конструкцій металевих зернових силосів із подальшою розробкою аналітичної моделі конструкції та визначення співвідношення її геометричних параметрів для мінімізації витрат матеріалів за умови сталого корисного об'єму, шляхом розв'язування задачі з використанням методів диференціального числення функцій багатьох змінних.

**Постановка завдань.** Для досягнення поставленої мети та враховуючи результати аналізу конструктивних рішень металевих зернових силосів, у дослідженні передбачено вирішення таких завдань:

- проаналізувати існуючі технічні рішення та геометричні конфігурації МЗС, зокрема варіанти конструкції корпусу, даху та дна, що застосовуються провідними виробниками елеваторного обладнання;

- визначити основні фактори, що впливають на матеріаломісткість силосних конструкцій, з урахуванням експлуатаційних вимог, технологічних обмежень і нормативної документації;

- сформувати математичну модель силосу й отримати аналітичний вираз для мінімізації загальної площі поверхні силосу як еквівалента мінімізації витрат матеріалу, застосовуючи методи диференціального числення функцій багатьох змінних і метод множників Лагранжа;

- порівняти теоретично отримані параметри з реальними моделями МЗС, представленими в каталогах виробників, для оцінки рівня відповідності існуючих технічних рішень умовам оптимальності.

**Методи досліджень.** У дослідженні використано комплекс теоретичних і аналітичних методів, спрямованих на обґрунтування оптимальних геометричних параметрів металевих зернових силосів: аналіз і синтез технічної інформації; порівняльний аналіз конструкцій різних виробників; методи диференціального числення функцій багатьох змінних; метод множників Лагранжа; геометричне моделювання елементів силосу; графоана-

літичний метод; елементний аналіз матеріаломісткості конструкції; статистичний аналіз практичних даних виробників.

**Результати.** Виконання інженерних розрахунків силосів із їхнім подальшим конструюванням є важливим питанням інженерної практики. Етапами є визначення раціональних розмірів конструкцій і комбінування їхніх видів, оцінка механічних навантажень і прогнозування поведінки конструкції у ході експлуатації. В умовах зростаючих вимог до продовольчої безпеки й підвищення енергоефективності, безпеки використання зерносховищ [Thomson, 1997] оптимізація конструктивних рішень силосів для зберігання зерна дасть змогу зменшити витрати на матеріали для їхнього виготовлення, забезпечити довговічність споруди і вдосконалити екологічність резервуарів.

За результатами наукових пошуків визначено, що поширеними конструкціями корпусів МЗС є циліндричні; призматичні (багатогранні), конусні силоси. Конструкції дахів МЗС є такими: плоский, конусний, зрізаний конус, купольний (сферичний), геодезичний купол. Вибір форми верхньої частини залежить не лише від урахування витрат матеріалів, а й від наявного технічного обладнання виробника і потреб замовника щодо конструкції. У верхній частині МЗС традиційно зосереджено завантажувальний вузол, вентиляційний грибок, сервісний люк, можливий міст або галерея зверху силосів та інші конструкції й комплектуючі. Форми основи (дна) МЗС: плоске, конічне, кишень (піддон, воронка (hopper)). На вибір конструкції основи впливає призначення силосів, витрати матеріалів, вартість монтажу [Rotter, 2008; Лугченко та ін., 2025].

За проведеним аналізом технічної літератури, каталогів виробників виділимо певну аналогічність металевих зернових силосів за геометричними конфігураціями: форма корпусу, даху і дна.

Загальною світовою тенденцією є виготовлення й експлуатація вертикальних силосів із корпусом циліндричної форми. Визначено, що діаметр центральної ча-

стини МЗС змінюється від 3 м до 32 м, висота – від 10 м до 40 м. Така геометрична форма є ефективним рішенням для забезпечення ряду технічних, геодезичних і експлуатаційних переваг. В асортиментах виробників, які спеціалізуються на виготовленні МЗС, переважають циліндричні корпуси з нержавіючої сталі з гофрованими покриттями, модульними конструкціями різних об'ємів: SCG Silos Grupo (серія Z600), циліндричний корпус (сталь S450GD), покриття Z600 (Іспанія), Silos Spain (flat/cone roof), циліндричний гофрований корпус (Іспанія), Crocus Steel Silos (Данія), GPI Tanks Vertical Silos, циліндричний корпус із нержавіючої сталі, (Нідерланди), SIMEZA Modular Silo, циліндрична модульна конструкція (Україна-ЄС) [Silos Cordoba, б. д.; Silos Spain, б. д.; Crocus, б. д.].

Перевагами циліндричної форми корпусу є такі: рівномірний розподіл тиску зерна на стінки силосу завдяки обертальній симетрії, зменшення напружень у місцях з'єднання панелей корпусу, спрощене виготовлення і монтаж, сумісність із автоматизованими системами завантаження/розвантаження зерна, сумісність із купольними і конічними елементами, рівномірне прогрівання й охолодження зернової маси, менше зон конденсації порівняно з призматичними формами, сприяння природному руху повітря, що поліпшує вентиляцію і зменшує втрати зерна. Фактори, що знижують ефективність застосування циліндричної форми корпусу: необхідність додаткового армування для силосів значної висоти, необхідність точного геодезичного вирівнювання у процесі їхнього встановлення [Rotter, 2001].

Призматична (прямокутна) форма корпусу будується переважно модульним або мобільним способом. До переваг такої геометричної форми слід віднести такі: ефективне використання простору і легкість компонування в будівлях для їхньої спрощеної добудови на обмеженій площі складських та елеваторних приміщень; нескладні з'єднання в батареї кількох МЗС через мінімальні проміжки між си-

лосами, що дає змогу зменшувати витрати площ на групування силосів; простота встановлення за рахунок можливості безпосереднього збору в місцях експлуатації. Недоліками прямокутних корпусів МЗС є нерівномірний розподіл тиску зерна, що ускладнює вивантаження, збільшення навантаження на стінки корпусу за рахунок надлишків зерна в кутах конструкції; виникнення локальних напруг; збільшення витрат матеріаломісткості порівняно з циліндричною формою для силосів однакового об'єму; менша стійкість до внутрішнього тиску порівняно з циліндричними через плоскі стінки.

Аналіз документації виробників дає змогу зробити обґрунтовані припущення, що найбільш поширеними є конструкції МЗС із конусоподібним дахом. Так, іспанська компанія «Symaga», яка активно працює в Україні, пропонує переважно силоси з конусним, куполоподібним або усіченим конусним дахами. Німецькі компанії «Neuero», «RIELA» (ТОВ «Рілля Україна») виготовляють силоси з алюмінієво-цинкової сталі, що мають конусоподібний дах із кутом нахилу 25°. Розроблені ними високі параметри навантажень (до 70%) і системи снігозатримування з інноваційним магній-цинковим антикорозійним покриттям для сталі є спеціально адаптованими для кліматичних умов України [НОЄРО Україна, б. д.].

Близько 45-50% ринку зосереджене на виробництві силосів із плоским дном (Flat Bottom); до 35% – конусне / похиле дно (Conical / Nopper Bottom). Наразі спостерігається тенденція до зростання їхньої частки на ринку, а до 15-20% припадає на виготовлення інших конструкцій, наприклад, комбінованих або квадратних (Grain bins). Перевагами силосів із плоским дном є простота у виготовленні та економічна ефективність в обслуговуванні. Зазначеним конструкціям надають перевагу фермерські господарства (задовольняє місткість до 30 тон) та великі агрохолдинги, які займаються тривалим зберіганням зерна (місткість до 10000 тон). Однак ця форма дна найменш зручна для розвантаження, оскільки

вимагає дообладнання шнеком або іншим механізмом. Найбільш відомими виробниками МЗС із плоским дном є «AGCO Corporation» (лідер у сегменті, понад 25000 одиниць), «AGI» (Ag Growth International), «KMZ Ukraine», «TSE» (Китай), «Privi SA» (Франція) тощо.

Малі, середні та великі за об'ємами зернові силоси (26-390 т) обладнані конусним дном із характерними кутами нахилу від 45° до 60°. До головної переваги силосів із конусоподібним дном належить легкість вивантаження зерна під дією гравітаційного поля без застосування додаткового обладнання. Щодо суттєвих недоліків: форма конуса зменшує загальний об'єм конструкції, потребує точного проектування, а наявність кутів нахилу потребує більших витрат матеріалів у процесі виготовлення і монтажу. Виробниками таких моделей силосів із конусним дном є «AGI» (Канада), «Privi SA», «TSE» (Китай), «MFS funnel silo» (Європа).

Лідер у виготовленні МЗС із конусним дном в Україні є «KMZ Industries», який виробляє дно для силосів із кутами нахилу 45°, 55°, 62°, 65° для обсягів від 11 т до 1500 т [KMZ Industries, б. д.]. Виготовленням МЗС двох типів дна займається українське підприємство «LUBNYMASH»: силоси з плоским дном, оснащені системами вентиляції, датчиками температури і рівня зерна, залізобетонним фундаментом із системою розвантаження з дна; силоси з конусним дном, що забезпечують ефективне гравітаційне розвантаження [LUBNYMASH, б. д.].

Проведений аналіз свідчить, що циліндрична форма корпусу МЗС є найпопулярнішою серед виробників, перевагами якої є стійкість до тиску зернової маси. Конусоподібна форма даху майже завжди встановлюється на циліндричних корпусах із кутом нахилу 25°-35° для ефективного відведення опадів і надання посиленої механічної жорсткості. Дно силосу частіше або плоске перфороване, або конусне. Плоске дно поширене серед елеваторів і зерносховищ довготривалого зберігання, конусне є зручним для менших ємностей

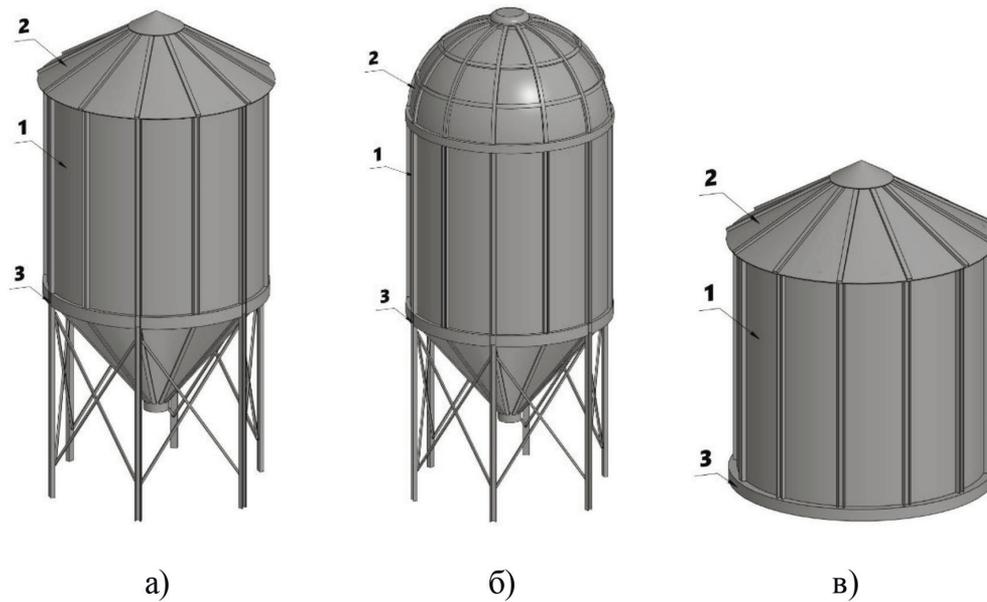
(до 1500-2000 т) або силосів нетривалого зберігання (буферних, під завантаження / розвантаження). Квадратні, прямокутні або модульні силоси зустрічаються у господарствах нечасто, вони зазвичай використовуються для спеціалізованих виробництв, де є нестандартні площі для зберігання кормів і гранул. Отже, затребуваними у світі МЗС є силоси з корпусом у формі циліндра та двома різними конфігураціями даху і дна, представлені на рисунку (рис. 1).

У контексті вищезазначеного дослідження, спрямовані на вдосконалення технічних рішень щодо конструювання МЗС, мають науково-практичну значущість.

Функціональним показником вибору форми силосів є геометричні параметри основного корпусу. Від цього залежать загальні витрати матеріалів, що впливають на вартість виготовлення МЗС. Форма силосу визначає вартість конструкції, на яку його встановлюють, розрахунок теплообміну й умови аерації насіння, розподіл навантаження на оболонку, запобігання ущільненню, що спричиняє утворення всередині корпусу «мертвих зон».

Для проведення аналітичного моделювання з урахуванням вищезазначених досліджень поширених конструкцій МЗС враховуємо три конструктивні елементи: циліндричний корпус (робоча зона зберігання зерна), конічний дах (захист від зміни кліматичних умов); конічне дно (самоплинне розвантаження зерна). Приймаємо такі припущення: матеріал конструкції однорідний, тому мінімізація витрат матеріалу (сталі) еквівалентна мінімізації загальної зовнішньої площі поверхні; товщина сталевих елементів однакова, тому впливом змін товщини, наприклад, у зоні кріплення нехтуємо; передбачена герметичність конструкції запобігає втратам зерна через шви.

Обираємо сталі параметри аналітичної моделі в умовах задачі:  $\alpha$  – кут нахилу конічного даху до горизонталі є фіксованим, зумовленим кліматичними умовами експлуатації ( $15^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ );  $\beta$  – кут нахи-



**Рисунок 1** – Вертикальні металеві зернові силоси з циліндричним корпусом: 1 – корпус; 2 – дах; 3 – дно; а) циліндричний корпус із конусоподібними дахом і дном; б) циліндричний корпус із куполоподібним дахом і конусоподібним дном; в) циліндричний корпус із конусоподібними дахом і плоским дном

лу кінцевого дна є фіксованим і визначається фізико-механічними властивостями зерна ( $\beta \geq 45^\circ$ ); корисний об'єм зерна  $V = \pi r^2 h$ .

Мінімізуємо загальну площу поверхні матеріалу відповідно до припущень:

$S(r, h) = S_{\text{біч}} + S_{\text{дах}} + S_{\text{дно}}$ , де змінні параметри:  $r > 0$ ,  $h > 0$ . Виведено формулу для обчислення загальної площі конструкції МЗС із циліндричною основою і двома кінцевими частинами:  $S(r, h) = 2\pi r h + \pi r^2 K$ . Приймаємо сталу:

$K = (\sec \alpha + \sec \beta)$ , що залежить від кінцевої форми даху і дна з урахуванням конструкційних особливостей.

Застосуємо метод множників Лагранжа для функції двох змінних  $r$  і  $h$ :

$$L(r, h, \lambda) = 2\pi r h + \pi r^2 K - \lambda (\pi r^2 h - V)$$

Необхідні умови екстремуму:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial r} = 2\pi h + 2K\pi r - 2\lambda\pi r h, \\ \frac{\partial L}{\partial h} = 2\pi r - \lambda(\pi r^2), \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(\pi r^2 h - V). \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\pi h + 2K\pi r - 2\lambda\pi r h = 0, \\ 2\pi r - \lambda(\pi r^2) = 0, \\ -\pi r^2 h - V = 0. \end{cases}$$

$$\text{Отже, } \lambda = \frac{2}{r}, \quad Kr = h.$$

З урахуванням сталості об'єму конструкції оптимальні розміри виражаються через заданий об'єм  $V$ :

$$r = \left( \frac{V}{\pi K} \right)^{1/3}, \quad h = K^{2/3} \left( \frac{V}{\pi} \right).$$

За результатами виведених співвідношень слід зазначити, що оптимальне співвідношення висоти і радіусу циліндричної частини свідчить, що висота циліндра дорівнює його радіусу, помноженому на

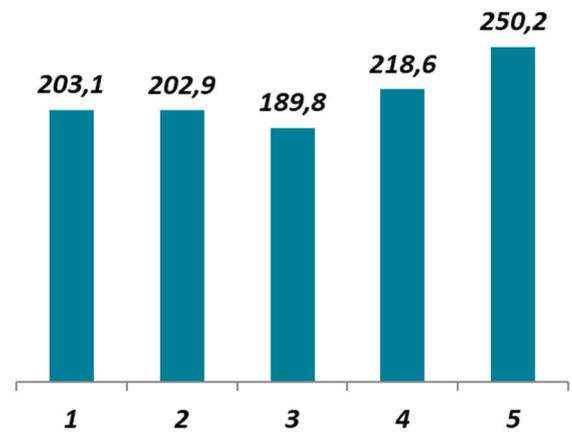
суму секансів кутів нахилу даху і дна:

$$h = K \cdot r = r(\sec \alpha + \sec \beta)$$

Аналіз одержаних результатів свідчить, що друга похідна цільової функції є додатною для всіх  $r > 0$ , що підтверджує наявність мінімуму. Окрім того, отримане співвідношення  $h = Kr$  узгоджується з відомими результатами для граничних випадків, наприклад, при  $\alpha = \beta = 0^\circ$  маємо  $K = 2$ ,  $h = 2r$ , що є класичним результатом задачі оптимізації функції багатьох змінних для циліндра з плоскою основою.

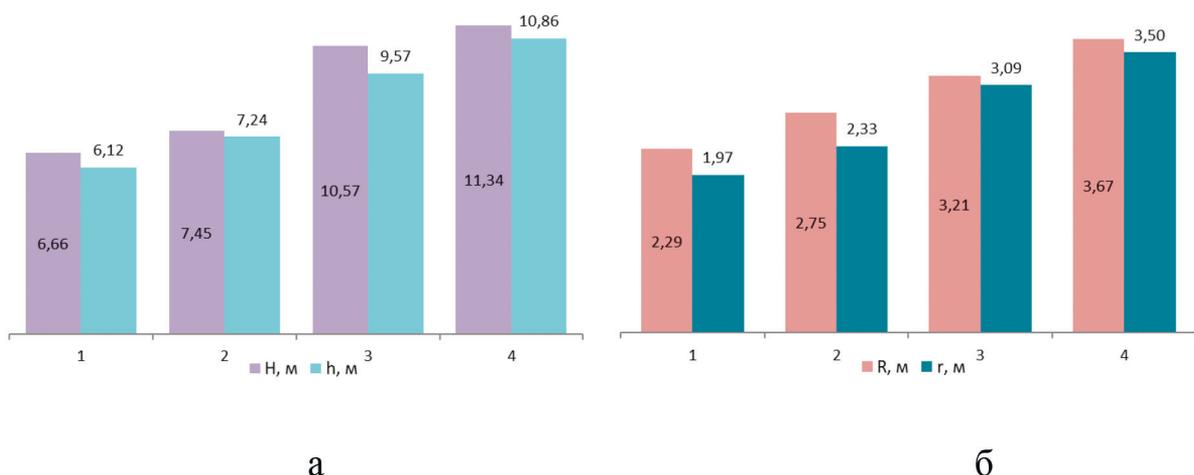
Результати моделювання витрат матеріалу на виготовлення різних комбінацій конструкцій МЗС за однакового об'єму засвідчили, що мінімальна загальна площа робочої поверхні досягається поєднанням циліндричного корпусу з конічним дахом і плоским дном (рис. 2). Зауважуємо той факт, що плоске дно не забезпечує самоплинність розвантаження зерна. Використання конічного дна дає змогу знизити витрати на використання додаткового обладнання для вивантаження зерна, однак при цьому додає приблизно 13 м<sup>2</sup> до витрат матеріалів. Отже, конструкція МЗС у реалізації циліндричний корпус із конічним дахом і конічним дном є оптимальною геометричною конструкцією порівняно з іншими поширеними конструкціями.

Для підтвердження висновків, одержаних у теоретичній моделі, досліджено ре-



**Рисунок 2** – Моделювання витрат матеріалу на виготовлення різних комбінацій конструкцій МЗС за однакового об'єму 200 м<sup>3</sup>:  
 1) циліндричний корпус - конічний дах - конічне дно; 2) циліндричний корпус - плоский дах - конічне дно; 3) циліндричний корпус - конічний дах - плоске дно; 4) шестикутний корпус - конічний дах - конічне дно; 5) квадратний корпус - конічний дах - конічне дно

альні моделі металевих зернових силосів ТОВ «LUBNYMASH», що охоплюють діапазон корисних об'ємів від 110 до 482 м<sup>3</sup>. Параметри взято з каталогу виробника, що забезпечує достовірність одержаних результатів [LUBNYMASH, б. д.]. Визначено характер відхилень теоретичних (відповідно до виведених співвідношень шляхом моделювання) і реальних (відповідно до даних каталогів продукції) радіусів і висот МЗС (рис. 3). Графічні залежно-



**Рисунок 3** – Відповідності теоретичних і реальних параметрів МЗС [10]: H – реальна висота, м; h – теоретична висота, м; r – теоретичний радіус, м; R – реальний радіус, м; 1) МЗС об'ємом 110 м<sup>3</sup>; 2) МЗС об'ємом 177 м<sup>3</sup>; 3) МЗС об'ємом 342 м<sup>3</sup>; 4) МЗС об'ємом 482 м<sup>3</sup>

Таблиця 1 – Приклади МЗС ТОВ «LUBNYMASH» з мінімальним відхиленням від оптимального співвідношення висоти до радіуса

№	Model	D_silo, м	H_silo, м	H, м	V_silo, м <sup>3</sup>	R, м	H/R	r, м	h, м	h/r	Deviation (%)
1	МСВУ 46К.60	4,584	8,483	6,66	110	2,29	2,91	1,97	6,12	3,103	8,8
2	МСВУ 55К.60	5,500	9,541	7,45	177	2,75	2,71	2,33	7,24	3,103	2,9
3	МСВУ 64К.60	6,417	12,923	10,57	342	3,21	3,29	3,09	9,57	3,103	10,3
4	МСВУ 73К.60	7,344	13,965	11,34	482	3,67	3,09	3,50	10,86	3,103	4,4

Таблиця 2 – Моделі МЗС, параметри яких відповідають умовам оптимального співвідношення

№	Model	D_silo, м	H_silo, м	H, м	V, м <sup>3</sup>	R, м	H/R	r, м	h, м	h/r	Deviation (%)
1	СМВУ.92.08.K45.B12	9,17	17,39	14,28	763	4,58	3,11	4,21	13,61	2,52	4,80
2	Hopper 60° Ø10.70×16	10,7	25,71	18,3	1893	5,35	3,42	5,35	17,3	3,23	5,8
3	10.70/16 (high support)	10,7	31,11	18,3	2016	5,35	3,42	3,53	17,3	3,23	5,81
4	МСВУ 110К.xx.60.B12	11	31	18,91	2098	5,5	3,44	5,5	17,8	3,23	6,3
5	121637T	11	21,62	16,28	1502	5,5	2,96	5,5	17,8	3,23	8,4

сті показують, що теоретичні розрахунки й існуючі розміри МЗС мають високу узгодженість, що свідчить про наближеність обраних реальних МЗС до оптимальності за конструктивними рішеннями.

Аналіз конструкцій ТОВ «LUBNYMASH» [LUBNYMASH, б. д.] засвідчив (табл. 1), що для моделей об'ємом 110-482 м<sup>3</sup> відхилення від теоретичного оптимуму не перевищує 8.8%, що вказує на високу економічну ефективність проектування, а найменше відхилення спостерігається для моделі МСВУ 55К.60 об'ємом 177 м<sup>3</sup> і становить 2.9 %.

У технічному проектуванні МЗС важливо зменшувати витрати матеріалів, що знижує вартість готової продукції, зменшує масу конструкції, полегшує монтаж. Виробнику необхідно передбачати наслідки змін тиску в конструкції і враховувати обмеження в її розмірах відповідно до стандартів ДБН В.2.2-8-98, ДСТУ-Н Б EN 1991-4:2012 (EN 1991-4:2006, IDT) [2], зокрема відношення робочої висоти до діаметра силосу повинно відповідати умовам  $H_{\text{sil}}/D < 10$ ,  $H_{\text{sil}} < 100$  м,  $D < 60$  м.

**Обговорення.** Проведений аналіз існуючих моделей МЗС різних виробників, які виготовляють силоси з конусоподібними дахом і дном, спрямований на пе-

ревірку відповідності їхньої конструкції умові оптимального співвідношення висоти циліндричної частини до радіуса (H/R) (табл. 2). Відхилення (%) є відносною похибкою між співвідношенням висоти до радіуса H/R реальних силосів і теоретичних значень h/r, виведених шляхом моделювання.

Математично доведено, що при певному співвідношенні h/r, що залежить від кутів даху і дна, площа поверхні силосу буде мінімальною, що забезпечить мінімальні витрати матеріалів. Співвідношення показує, наскільки розміри реальної конструкції відхиляються від теоретичних параметрів ідеальної моделі із заданим об'ємом, на виготовлення якої було б витрачено мінімальну кількість матеріалів. Наприклад, теоретичне оптимальне значення, отримане з умови мінімізації матеріалів при заданому об'ємі і кутах даху 25° і дна 60-62°, становить  $h/r = 3,233$ . Допустимим є відхилення не більше 10% (табл. 2).

Виділено МЗС, що виготовляють виробники елеваторного обладнання «LUBNYMASH» [LUBNYMASH, б. д.], Silos Spain [Silos Spain, б. д.], MySilo [Компанія АРСЕНАЛ, б. д.], конструкції яких підпадають під оптимізовані параметри. Зокрема відхилення у співвідношенні

висоти до радіуса задовольняє умову  $\leq 10\%$  (табл. 2). Це є підтвердженням спрямованості інженерного проектування на мінімізацію витрат матеріалів за умови збереження місткості.

**Висновки.** Оптимізовані моделі силосів, відхилення у співвідношенні розмірів яких задовольняють умову  $\leq 10\%$ , представлені на ринку елеваторного обладнання. Однак кількість моделей МЗС, співвідношення розмірів яких перевищують межі відхилення, переважає. Це пов'язано з тим, що виробники нехтують оптимальністю заради інших цілей: універсальність застосування (фіксованість висоти кілець, уніфікованість модулів), функціональні вимоги (наявність високої опори під техніку, швидке розвантаження), ринкові умови (орієнтація на фермерські господарства зі специфічними вимогами).

Практичне значення отриманих результатів полягає у встановленні теоретичного співвідношення, врахування якого під час проектування силосів виробниками елеваторного обладнання спрямоване на економію матеріалів і зниження витрат на капіталовкладення.

Висновки дослідження можуть бути впроваджені як приклад математичної оптимізації в інженерії у навчальному процесі.

### Перелік літератури

Державне підприємство «Науково-дослідний інститут будівельного виробництва». (2025). Підприємства, будівлі і споруди по зберіганню та переробці зерна (ДБН В.2.2-8:2025).

Донбаська національна академія будівництва і архітектури. (2012). Єврокод 1. Дії на конструкції. Частина 4. Бункери і резервуари (EN 1991-4:2006, IDT) (ДСТУ-Н Б EN 1991-4:2012).

Компанія АРСЕНАЛ. (б. д.). Офіційний сайт. Отримано з <https://mysilo.com.ua/produktsiya/sylosy-dlia-zberihannia-zerna/sylosy-z-konusnym-dnom.html>

Лугченко, О., Псурцева, Н., & Кула-

ков, О. (2025). Визначення критичних сит втрати стійкості металевих силосів. *Комуніальне господарство міст*, 3(191), 321–327. <https://doi.org/10.33042/2522-1809-2025-3-191-321-327>

НОЄРО Україна. (б. д.). Офіційний сайт. Отримано з <https://neueero-ukraina.com.ua>

Crocus. (б. д.). Офіційний сайт. Отримано з <https://www.crocus.dk/en/products>

Elliott, M. D., Teh, L. H., & Ahmed, A. (2019). Behaviour and strength of bolted connections failing in shear. *Journal of Constructional Steel Research*, 153, 320–329. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.10.029>

KMZ Industries. (б. д.). Офіційний сайт. Отримано з <https://kmzindustries.ua/katalog>

LUBNYMASH. (б. д.). Офіційний сайт. Отримано з <https://lubnymash.com/elevatorne-obladnannya>

Mehretehran, A. M., & Maleki, S. (2022). Axial buckling of imperfect cylindrical steel silos with isotropic walls under stored solids loads: FE analyses versus Eurocode provisions. *Engineering Failure Analysis*, 137, 106282. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106282>

Myhan, R., Jachimczyk, E., & Szturo, K. (2025). A model of grain aeration in a grain silo. *Food and Bioproducts Processing*, 153, 161–172. <https://doi.org/10.1016/j.fbp.2025.06.007>

Pichugin, S., & Oksenenko, K. (2022). Comparison of design methods for steel silos. *Academic journal Industrial Machine Building Civil Engineering*, 2(59), 63–69. <https://doi.org/10.26906/znp.2022.59.3101>

Radkevych, A. V., Bannikov, D. O., Wu, H., & Cheng, X. (2025). Static continuous bulk material model for inclined bunker section. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, (1), 48–54. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2025-1/048>

Rotter, J. M. (2001). *Guide for the economic design of circular metal silos*. Spon Press / Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203477816>

Rotter, J. M. (2008). *Silo and hop-*

per design for strength. In D. McGlinchey (Ed.), *Bulk Solids Handling: Equipment Selection and Operation* (pp. 99–134). Blackwell Publishing Ltd. <https://doi.org/10.1002/9781444305449.ch3>

Silos Cordoba. (б. д.). Офіційний сайт. Отримано з <https://siloscordoba.com>

Silos Spain. (б. д.). Офіційний сайт. Отримано з <https://silosspain.com>

Taher, H. M. A. M. (2024). Suitable methodology for the design of circular reinforced concrete silos. *ORESTA*, 7(4), 1–16. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15093176>

Tănase, M., Portoacă, A. I., Gabor, M. R., & Veres, C. (2024). Integrated Analytical, Numerical, and Statistical Analysis of Buckling Behavior in Steel Cylindrical Silos with Corrugated Walls. *Processes*, 12(11), 2443. <https://doi.org/10.3390/pr12112443>

Thomson, F.M. (1997). Storage and Flow of Particulate Solids. In: Fayed, M.E., Otten, L. (eds) *Handbook of Powder Science & Technology*. Springer, Boston, MA. [https://doi.org/10.1007/978-1-4615-6373-0\\_8](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-6373-0_8)

Vynnykov, Y., Kharchenko, M., Kichasov, O., & Marchenko, V. (2025). Features of silo operation in difficult geotechnical conditions. *Bases and Foundations*, (50), 32–44. <https://doi.org/10.32347/0475-1132.50.2025.32-44>

## References

ARSENAL Company. (n.d.). Silos with hopper bottom. Retrieved from <https://mysilo.com.ua/produksiya/sylosy-dlia-zberihannia-zerna/sylosy-z-konusnym-dnom.html>

Crocus. (n.d.). Products. Retrieved from <https://www.crocus.dk/en/products>

Donbass National Academy of Civil Engineering and Architecture. (2012). Eurocode 1. Actions on structures. Part 4. Bunkers and tanks (EN 1991-4:2006, IDT) (DSTU-N B EN 1991-4:2012).

Elliott, M. D., Teh, L. H., & Ahmed, A. (2019). Behaviour and strength of bolted connections failing in shear. *Journal of Constructional Steel Research*, 153, 320–329. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.10.029>

KMZ Industries. (n.d.). Catalogue. Retrieved from <https://kmzindustries.ua/katalog>

LUBNYMASH. (n.d.). Elevator equipment. Retrieved from <https://lubnymash.com/elevatorne-obladnannya>

Lugchenko, O., Psurtseva, N., & Kulakov, O. (2025). Determination of critical buckling loads of metal silos. *Municipal Economy of Cities*, 3(191), 321–327. <https://doi.org/10.33042/2522-1809-2025-3-191-321-327>

Mehretehran, A. M., & Maleki, S. (2022). Axial buckling of imperfect cylindrical steel silos with isotropic walls under stored solids loads: FE analyses versus Eurocode provisions. *Engineering Failure Analysis*, 137, 106282. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106282>

Myhan, R., Jachimczyk, E., & Szturo, K. (2025). A model of grain aeration in a grain silo. *Food and Bioproducts Processing*, 153, 161–172. <https://doi.org/10.1016/j.fbp.2025.06.007>

Neuro Ukraine LLC. (n.d.). Official website. Retrieved from <https://neuro-ukraina.com.ua>

Pichugin, S., & Oksenenko, K. (2022). Comparison of design methods for steel silos. *Academic journal Industrial Machine Building Civil Engineering*, 2(59), 63–69. <https://doi.org/10.26906/znp.2022.59.3101>

Radkevych, A. V., Bannikov, D. O., Wu, H., & Cheng, X. (2025). Static continuous bulk material model for inclined bunker section. *Naukovi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, (1), 48–54. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2025-1/048>

Rotter, J. M. (2001). Guide for the economic design of circular metal silos. Spon Press / Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203477816>

Rotter, J. M. (2008). Silo and hopper design for strength. In D. McGlinchey (Ed.), *Bulk Solids Handling: Equipment Selection and Operation* (pp. 99–134). Blackwell Publishing Ltd. <https://doi.org/10.1002/9781444305449.ch3>

Silos Cordoba. (n.d.). Official website. Retrieved from <https://siloscordoba.com>

Silos Spain. (n.d.). Official website. Re-

trieved from <https://silospain.com>

State Enterprise «Research Institute of Construction Production». (2025). Enterprises, buildings and structures for grain storage and processing (DBN V.2.2-8:2025).

Taher, H. M. A. M. (2024). Suitable methodology for the design of circular reinforced concrete silos. *ORESTA*, 7(4), 1–16. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15093176>

Tănase, M., Portoacă, A. I., Gabor, M. R., & Veres, C. (2024). Integrated Analytical, Numerical, and Statistical Analysis of Buckling Behavior in Steel Cylindrical Silos with Corrugated Walls. *Processes*, 12(11), 2443. <https://doi.org/10.3390/pr12112443>

Thomson, F.M. (1997). Storage and Flow of Particulate Solids. In: Fayed, M.E., Otten, L. (eds) *Handbook of Powder Science &*

*Technology*. Springer, Boston, MA. [https://doi.org/10.1007/978-1-4615-6373-0\\_8](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-6373-0_8)

Vynnykov, Y., Kharchenko, M., Kichasov, O., & Marchenko, V. (2025). Features of silo operation in difficult geotechnical conditions. *Bases and Foundations*, (50), 32–44. <https://doi.org/10.32347/0475-1132.50.2025.32-44>

*Надійшла до редакції 22.09.2025 р.;  
переглянуто 23.10.2025 р.;  
прийнято до друку 20.11.2025 р.;  
опубліковано 29.12.2025 р.*

*Received September 22, 2025;  
revised October 23, 2025;  
accepted November 20, 2025;  
published December 29, 2025*

UDC 631.354.025

## **ANALYSIS OF TECHNICAL SOLUTIONS FOR GEOMETRIC CONFIGURATIONS OF GRAIN SILOS**

**Ovsiienko U.**, PhD in Ped. Sc., Associate Professor,  
<https://orcid.org/0000-0002-4873-9061>, e-mail: [uliiia.ovsienko@pdau.edu.ua](mailto:uliiia.ovsienko@pdau.edu.ua)

**Ryzhkova T.**, PhD candidate, senior lecturer,  
<https://orcid.org/0000-0002-2403-6396>, e-mail: [tetiana.ryzhkova@pdau.edu.ua](mailto:tetiana.ryzhkova@pdau.edu.ua)

**Kelemesh A.**, PhD in Tech. Sc., Associate Professor,  
<https://orcid.org/0000-0001-9429-8570>, e-mail: [anton.kelemesh@pdau.edu.ua](mailto:anton.kelemesh@pdau.edu.ua)

**Burlaka O.**, PhD in Tech. Sc., Associate Professor,  
<https://orcid.org/0000-0002-2296-7234>, e-mail: [oleksii.burlaka@pdau.edu.ua](mailto:oleksii.burlaka@pdau.edu.ua)

**Lazorenko A.**, PhD candidate,  
<https://orcid.org/0009-0002-3586-5656>, e-mail: [andrii.lazorenko@pdau.edu.ua](mailto:andrii.lazorenko@pdau.edu.ua)  
Poltava State Agrarian University

### **Summary**

**Purpose of the study:** to analyze common geometric configurations of existing metal grain silo structures, followed by the development of an analytical model of the structure and determination of the ratio of its geometric parameters to minimize material costs while maintaining a constant useful volume by solving the problem using methods of differential calculus of functions of several variables

**Methods** – the study uses a set of theoretical and analytical methods aimed at substantiating the optimal geometric parameters of metal grain silos: analysis and synthesis of technical informa-

tion; comparative analysis of structures from different manufacturers; methods of differential calculus of functions of several variables; Lagrange multiplier method; geometric modelling of silo elements; graph analytical method; elemental analysis of the material intensity of the structure; statistical analysis of practical data from manufacturers.

**Results.** The analysis showed that the most common and technically feasible design is a silo with a cylindrical body and conical elements. Based on analytical modelling, a relationship between the height and radius of the cylindrical part was obtained, which minimizes the surface area of the structure and is determined by the sum of the secants of the roof and bottom angles. Modelling demonstrated the possibility of reducing material costs by 8-12% compared to typical industrial structures. A comparison with real silos showed that their parameters are close to optimal (deviation  $\leq 10\%$ ).

**Conclusions.** The results confirm that optimized silo models, whose size deviations satisfy the condition  $\leq 10\%$ , are available on the elevator equipment market. However, the number of MGS models whose size ratios exceed the deviation limits prevails. This is due to the fact that manufacturers neglect optimality for other purposes: versatility of application (fixed height of rings, standardization of modules), functional requirements (availability of high support for equipment, fast unloading), market conditions (focus on farms with specific requirements). The results of the modelling allow for a reduction in structural material costs of 8-12% compared to actual silo designs and can be used in the design of energy-efficient grain storage facilities. The practical significance of the results obtained lies in establishing a theoretical relationship, which, when taken into account during the design of silos by elevator equipment manufacturers, is aimed at saving material and reducing capital costs. The conclusions of the study can be implemented as an example of mathematical optimization in engineering in the educational process.

**Keywords:** metal grain silo, cylindrical body, conical roof, conical bottom, material surface area, optimal height-to-radius ratio, differential calculus, Lagrange multiplier method.